

MEDIDORES CLÁSICOS

1 INTRODUCCIÓN

En este trabajo se va dar una visión de los medidores de energía de tipo Ferraris que, comúnmente han sido utilizados a lo largo de la historia en tareas de facturación eléctrica - y que aún son utilizados en nuestros días en nuestros días - y de los basados en PWM.

Se compone de dos apartados en los que hará una introducción a su principio de funcionamiento, a sus principales características y a los errores que cometen. Y finalmente un tercero en el que se hará una reflexión de la influencia económica de los errores cometidos por esta instrumentación, intentando enfocarlo tanto desde el punto de vista del consumidor, como desde la de compañía de suministro

2 CONTADORES DE ENERGÍA INDUCTIVOS

2.1 Fundamentos de Funcionamiento de los Medidores Inductivos de Energía Activa

Estos aparatos son conocidos también con el nombre de medidores tipo Ferraris, por ser el corazón de los mismos un motor de este tipo. A su vez pueden ser monofásicos y trifásicos, básicamente el funcionamiento del motor trifásico tipo Ferraris es el acoplamiento en paralelo de varios monofásicos, por lo que se explican sólo los contadores monofásicos.

Este aparato [1], [2] - que se muestra representado en la figura 2.1- consta de dos bobinados, uno conectado en paralelo a la red con el objeto de ponderar la tensión de alimentación, que se denomina bobina voltimétrica (1) y, otro en serie con la carga para tomar la corriente, que se llama bobina amperimétrica (3). El bobinado de tensión cuenta con un gran número de espiras, por lo que se comporta como una carga muy inductiva. Por el contrario el bobinado de corriente es de pocas espiras, asemejándose su comportamiento al de una carga resistiva.

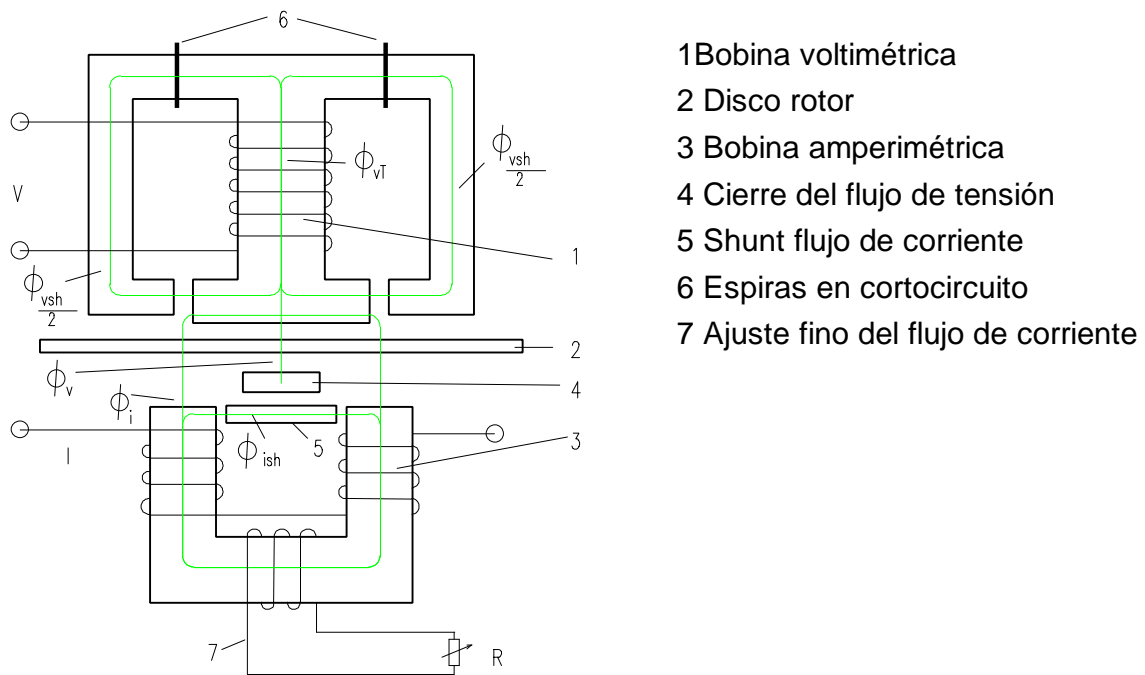


Figura 2.1 Circuito magnético de un medidor de energía inductivo

En el caso ideal el bobinado de tensión, de carácter inductivo, genera un flujo en el entrehierro que está retrasado 90° con respecto a la tensión que lo origina. El bobinado de corriente, de carácter resistivo, crea un flujo en el entrehierro en fase con la corriente de la carga. Sin embargo, la realidad se aleja de este modelo por las siguientes razones: la bobina de tensión no es una inductancia pura, ni la de corriente es una resistencia pura y los flujos no están en fase con las corrientes que los generan, sino ligeramente retrasados respecto a ellas.

En la figura 2.2, se muestra el diagrama fasorial de este contador.

El flujo total de la bobina de tensión se bifurca en un flujo Φ_v , que es el que atraviesa el disco, y un flujo shunt Φ_{vsh} ; el aparato se calibra de manera que, para carga resistiva, el desfase entre los flujos de tensión y de corriente sea de 90° .

Los retrasos de los flujos Φ_v y Φ_{vsh} con respecto a la corriente que los genera pueden ser regulados, en un primer ajuste, mediante dos procedimientos: colocando espiras en cortocircuito (6), que hacen aumentar el ángulo $I_v \Phi_{vs}$ (Reducir Ψ), y variando el entrehierro del circuito magnético Shunt. El ajuste fino se consigue colocando unas espiras (7) sobre el núcleo del electroimán de corriente y una resistencia variable (R), regulando así el ángulo δ_i y el flujo Φ_i ; también se utiliza un shunt magnético para el electroimán de intensidad (5).

siendo C_1 y C_2 constantes del medidor

Llamando Ψ al ángulo entre los flujos de tensión e intensidad y, suponiendo que se trabaja en régimen sinusoidal, se verifica:

$$M_T = C f \phi_v \phi_i \sin \psi \quad (2.6)$$

$$M_T = C_N V I \sin \psi \quad (2.7)$$

siendo C_N una constante característica del medidor

Para que el rotor no se siga acelerando de forma incontrolada, el par motor debe ser compensado con uno de frenado adecuado. Este tiene varios orígenes, siendo el principal el debido al imán de freno. Además, existen los pares de frenado adicionales debidos a los flujos de tensión Φ_v y de corriente Φ_i y, el causado por la fricción mecánica.

El par de frenado del imán permanente, depende del flujo creado por el mismo y, de la velocidad del disco en su zona de influencia.

$$E_D = C_1 \phi_{im} u \Rightarrow I_D = C_2 E_D \Rightarrow M_{Fim} = C_3 I_D \phi_{im} \Rightarrow M_{Fim} = C_4 \phi_{im}^2 u \quad (2.8)$$

donde C_1, C_2, C_3 y C_4 son constantes, ϕ_{im} es el flujo creado por el imán permanente, u es la velocidad tangencial del disco bajo el imán, E_D es la f.e.m. que se genera al girar el disco, I_D es la corriente de Foucault que origina dicha fuerza electromotriz, M_{Fim} es el par de frenado.

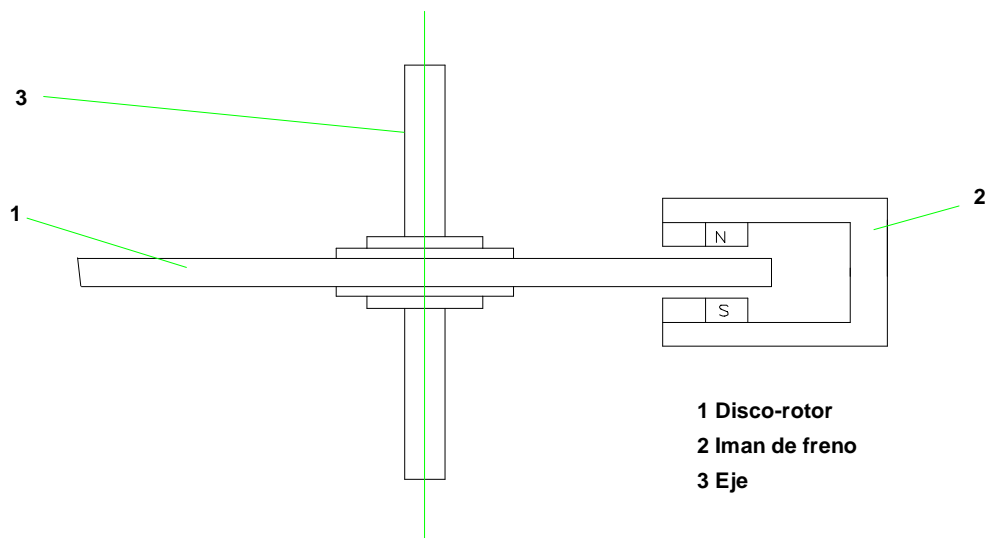


Figura 2.3 Sistema de frenado de un contador de inducción

El par de frenado debido al flujo Φ_v sólo varía con la velocidad, ya que la tensión de entrada se considera siempre la misma (la nominal). En cambio, el par de frenado originado por Φ_i varía con la carga. Por este motivo para evitar un par de frenado excesivo con cargas grandes se realiza un shuntado magnético de dicho flujo (5): con pequeñas intensidades Φ_i es proporcional al flujo total de corriente, Φ_{IT} , y a la corriente, con grandes corrientes el shunt se satura y el flujo Φ_i crece más de lo que le corresponde, compensándose el aumento de frenado.

De este modo, con la compensación de los pares motor y de frenado, se pretende que la velocidad del disco sea directamente proporcional a la potencia de la carga que se controla -suponiendo régimen sinusoidal-, y para obtener la energía sólo se debe integrar dicha potencia a lo largo del tiempo de funcionamiento. Para llevar a cabo dicha integración se emplean dos métodos: la integración por sistemas mecánicos y la integración por sistemas electrónicos

En la integración mecánica el rotor del motor ataca a un sistema de engranajes, de los que los últimos están marcados con el número correspondiente a cada una de las diez secciones de que constan, realizándose la lectura del consumo sobre una ventana colocada en la parte frontal del aparato (figura 2.4).

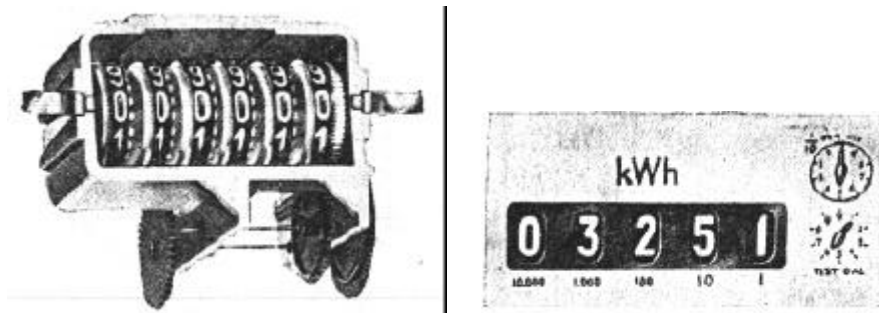


Figura 2.4 Integrador mecánico.

La integración electrónica se basa en un sistema óptico que traduce cada vuelta del disco en una serie de impulsos eléctricos, cuyo número depende de los sectores en que se ha dividido el disco; la integración, propiamente dicha, es un contador de pulsos.

Cuando el aparato de medida es trifásico, en ocasiones, se usan medidores $2\frac{1}{2}$ en los que se calcula la potencia mediante tan sólo dos bobinados de tensión, aplicando la expresión:

$$P = \overline{V_a} \overline{I_a} - (\overline{V_a} + \overline{V_c}) \overline{I_b} + \overline{V_c} \overline{I_c} \quad (2.9)$$

asumiendo que $\overline{V_b} = -(\overline{V_a} + \overline{V_c})$

2.2 Comportamiento de los medidores

Una vez conocido el principio de funcionamiento de un medidor se determinan los errores producidos por el mismo.

Se tomará como valor real el de la energía que está siendo empleada en la carga, es decir, la suma de la generada por la potencia de la componente fundamental y la debida a la influencia de los armónicos (no sólo la generada por la fundamental como consideran algunos autores [1], [3]).

El comportamiento de un medidor inductivo es más preciso cuando la tensión aplicada es sinusoidal [4],[5]; cuando ésta tiene contenido armónico el error aumenta. Este fenómeno se explica a través de varias causas:

1.- "Desviación del comportamiento ideal de la bobina de tensión".

A medida que aumenta la frecuencia de las componentes de tensión su, efecto - considerando un solo armónico - se traduce, a frecuencias bajas - armónicos de orden bajo -, por un aumento de la impedancia de la bobina de tensión y del ángulo de desfase entre tensión e intensidad.

$$Z_{vk} = \sqrt{R_{vk}^2 + (\omega_v L_{vk})^2} \quad (2.10)$$

$$\alpha_{vk} = \arctan\left(\frac{\omega_k L_{vk}}{R_{vk}}\right) \quad (2.11)$$

donde ω_k es la pulsación del armónico de tensión considerado, L_{vk} y R_{vk} son la inductancia y resistencia, respectivamente, que presenta el bobinado de tensión para esa componente armónica.

A medida que la frecuencia sigue creciendo -armónicos de órdenes superiores- aparecen dos nuevos efectos que son capaces de distorsionar las constantes del medidor y el ángulo entre la tensión y el flujo que crea dicha bobina. Se trata del efecto pelicular (efecto skin) [6] sobre los conductores de la bobina, y las capacidades parásitas que se crean entre sus espiras -como ya se sabe, a altas frecuencias, una bobina puede llegar a comportarse como una carga capacitiva-. Las pérdidas en el hierro del electroimán aumentan con la frecuencia, distorsionando aún más el ángulo entre la tensión y el flujo creado y reduciendo el flujo de los armónicos [7].

Debido a la forma no lineal de las curvas de magnetización de los materiales empleados, los flujos efectivos no serán linealmente proporcionales a los flujos

principales [5]. En general, la curva de magnetización se podrá ajustar un polinomio de quinto grado [5], [6]:

$$y = a_1 x + a_3 x^3 + a_5 x^5 \quad (2.12)$$

siendo a_1 , a_3 y a_5 las constantes de saturación de flujo del medidor, "x" el flujo total, "y" el flujo efectivo.

Esta alinealidad hace que no se pueda aplicar el principio de superposición, y que el proceso para determinar el error del medidor sea no-lineal [6].

Algunos autores [4] afirman que el error de cuadratura crece linealmente con la frecuencia del armónico.

2.- Comportamiento de la impedancia del disco del rotor.

Para el diseño de un medidor a la frecuencia fundamental se asume la impedancia del disco como puramente resistiva; sin embargo, también tiene una componente inductiva cuyo valor es:

$$L = \frac{\mu l}{p} \ln \left(\frac{2x}{a} + \frac{3}{2} \right) \quad (2.13)$$

siendo a el espesor del disco, l la longitud media de los caminos seguidos por las corrientes, x el ancho medio de los mismos y μ la permeabilidad del medio.

En la expresión anterior el único parámetro que no depende de la frecuencia es a . El error que se introduce no es tanto debido a la variación de este coeficiente de inducción con la frecuencia (que puede considerarse constante hasta unos 2000 Hz, ya que las corrientes prácticamente circularían por todo el espesor del disco) [7], sino por haberse omitido el efecto de la inductancia en la impedancia del disco ($\omega_k L_D$); este error llega a ser incluso mayor que el producido al no tenerse en cuenta la saturación. Sin embargo, algunos autores [6] estiman que la contribución de la inductancia del disco a la impedancia es pequeña incluso a altas frecuencias.

Por otra parte, la resistencia que opone el disco a las corrientes de Foucault también varía con la frecuencia [6], [7].

$$R = \frac{2l}{\sigma dx \delta (1 - e^{-a/\delta})} \quad (2.14)$$

siendo δ la profundidad de penetración de las corrientes y σ la conductividad del disco, que normalmente es de aluminio. Para frecuencias superiores a 2000 Hz, a debería ser sustituida por δ [6].

3.- Componente continua de la tensión.

La componente continua en la tensión, en el caso de que no exista entrada por transformador, tiene efectos directos en la saturación de la bobina de tensión y, origina un calentamiento del bobinado que normalmente no varia los parámetros de este. Esto es, distorsiona el flujo de trabajo y altera la permeabilidad incremental de los elementos magnéticos (la posición de la curva B-H) [8].

4.- Composición trifásica 2½

Esta conexión calcula una de las tensiones de fase como composición de las otras dos (asumiendo que la suma de tensiones es nula , lo que supone la pérdida de toda la información homopolar (armónicos de orden 3K) [9], y el consiguiente error.

Actualmente, las ondas de tensión están poco distorsionadas (su THD no suele superar el 5%, en baja tensión), pero la tendencia, debido al aumento de las cargas electrónicas (no lineales, que demandan corrientes con alto contenido armónico), es hacia un progresivo aumento de la distorsión.

Y aún en el caso que la tensión del medidor fuese puramente sinusoidal no impediría que apareciesen flujos armónicos de tensión [8], [10] que al interactuar con los de corriente originarían un registro de potencias inexistentes.

Como ya se ha indicado al estudiar los fundamentos de funcionamiento del medidor, su registro es función del ángulo de desfase entre tensión y corriente. Pero este ángulo para un armónico, visto desde el medidor, se ve multiplicado por el orden del armónico, lo que explica que el signo del error dependa de los ángulos de fase entre las tensiones y corrientes armónicas [5], y de la relación de fase entre los armónicos y la fundamental [10].

En cuanto a la relación entre el ángulo de fase de los armónicos y la componente fundamental y el error en la medida, no existe una concordancia entre los autores; mientras unos afirman que los menores errores tienen lugar cuando los armónicos están en fase con la componente fundamental [6], otros opinan todo lo contrario [8].

Dependiendo de los parámetros del medidor, para un mismo desfase, se pueden registrar errores positivos o negativos, del mismo orden de magnitud [5].

Se observa también que grandes corrientes armónicas dan lugar a pérdidas en el núcleo de la bobina de corriente, además de los errores originados por la saturación del núcleo magnético de la bobina de corriente y por la impedancia que presenta el disco.

Cuando las cargas a medir son controladas, el signo de los errores depende del valor del ángulo de disparo [5], ya que la composición armónica -en módulo y fase- de la onda de corriente varía con el ángulo de disparo.

Otro efecto de las cargas controladas, cuando no consumen la corriente de forma continua, sino en forma de pulsos, es la aparición de un error debido a la respuesta dinámica del medidor, dado que es muy difícil que el arranque y frenado del motor se compensen por completo, es decir que el defecto de medida mientras arranca el motor sea igual al exceso que se produce al frenarlo, siendo posible que el medidor registre en exceso si se encuentra sometido a cargas de corta duración. Esto es debido a la ausencia de amortiguación de corriente durante los tiempos en que ésta se anula [8].

Aunque el medidor de inducción no registra potencias de corriente continua, es sensible a su presencia [3], [8], como ya se consideró anteriormente al estudiar su efecto sobre la bobina de tensión, llegando a las mismas conclusiones al estudiar la bobina de corriente; por otra parte la, componente continua también modificará la saturación del flujo de los circuitos magnéticos shunt. El error es negativo cuando dicha potencia se genera "aguas abajo" de la compañía suministradora a los clientes y resulta positivo "aguas arriba" [4], [8].

Si se compara el par que produce un armónico sobre el disco en relación con el de la componente fundamental, para una carga ohmica, se llega a una expresión de la forma [7].

$$T = \frac{M_h}{M_1} = \left(\frac{V_h}{V_1} \right)^2 \left(\frac{\cos^2 \beta_h R_{Dl}}{\cos^2 \beta_1 R_{Dh}} \right) \frac{k_{ml}}{k_{mh}} \quad (2.15)$$

donde

$$\beta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_1 L_D}{R_{Dl}} \right), \beta_h = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_h L_D}{R_{Dh}} \right)$$

De (2.15) se aprecia que el error en el par es proporcional al cuadrado de la tasa de distorsión armónica; y que disminuye rápidamente a medida que lo hace el THD de la onda, resultando los errores mínimos en régimen sinusoidal [4], [8], [9].

Tras pruebas con distintas cargas, se aprecia que el error que se produce en el medidor es mayor cuando se ve influido únicamente por un armónico de corriente o de tensión.

Si se estudia la evolución de las constantes del medidor con la frecuencia [5], [6], [7], o nos ceñimos a las pruebas de laboratorio realizadas por distintos autores [4], [3], [9], [12], se llega a la conclusión de que el registro del medidor de inducción está entre el valor real y el valor de la componente fundamental, dado que la influencia de los armónicos resulta bastante atenuada.

2.3 Funcionamiento de los Medidores de Energía Reactiva tipo Ferraris

Los medidores de energía reactiva están diseñados a partir de un medidor de energía activa, en el que se ha aplicado un cambio de fase de 90° sobre la/s tensión/es de entrada, mediante una red de retardo de fase adecuada. En algunos casos, cuando se cuenta con medidores de Energía Aparente, se realiza el cálculo por diferencia de cuadrados $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$

El citado cambio de fase asume que la carga es inductiva (situación frecuente en el sistema de distribución), y que el medidor registraría valores negativos en el caso de una carga capacitiva, lo que no resulta posible, porque está dotado de un sistema mecánico que lo impide.

Las redes de cambio de fase pueden ser internas o externas al medidor; las externas son muy habituales en medidores antiguos, basándose, frecuentemente, en los desfases entre las tensiones de fase y de línea en un sistema trifásico.

En sistemas trifásicos, en ocasiones, se obtienen medidores de energía reactiva mediante un cambio de fase de sólo 60°, que puede obtenerse fácilmente por cruce de fases, permitiendo realizar medidas con factores de potencia de hasta 30°; se verifica

$$\frac{2 V I \cos (60 - \phi) - V I \cos \phi}{\sqrt{3}} = V I \sin \phi = Q \quad (2.16)$$

2.4 Errores de los Medidores de Energía Reactiva tipo Ferraris

Para el cálculo de los errores se ha tomado como válida la definición de potencia reactiva dada por Budeanu, aceptada por las Instituciones más prestigiosas, como IEEE y CEI, aunque como se justifica en el último apartado - en utilidades de tarificación-. no por ello es siempre la más acertada.

Teniendo en cuenta que estos aparatos se construyen con medidores de energía activa, a los que se aplica un cambio de fase de 90° de retraso sobre su tensión de entrada [13], tendrán los errores que tenían los de activa, más los introducidos por las redes de cambio de fase. Es este último tipo de errores los que se consideran en esta sección.

Cuando la red de cambio de fase consiste en obtener el desfase de 90° a partir de la fase que forman las tensiones de línea y de fase de un sistema trifásico, se pierde la información de la componente homopolar.

En los medidores trifásicos que obtienen el desfase por cruce de fases opuestas, ya se ha indicado que sólo pueden medir cargas con fases de hasta 30°, por lo que el medidor distorsiona la fase de los armónicos, causando un valor elevado, de la componente debida a los armónicos.

Por último, se podrían conseguir cambios de fase por medio de circuitos integradores, representado en la figura 2.5. Estos circuitos aseguran que todos los armónicos de tensión cambien su fase 90° en retraso [9], pero tiene el inconveniente de aplicar una constante de integración (ganancia) diferente para cada armónico, ya que es función de la frecuencia. Siendo la tensión de salida

$$v_{out} = \frac{1}{RC} \int v_{in} dt = \frac{-\sqrt{2} V_{in}}{RC \omega_h} \cos(\omega_h t + \alpha_h) \quad (2.17)$$

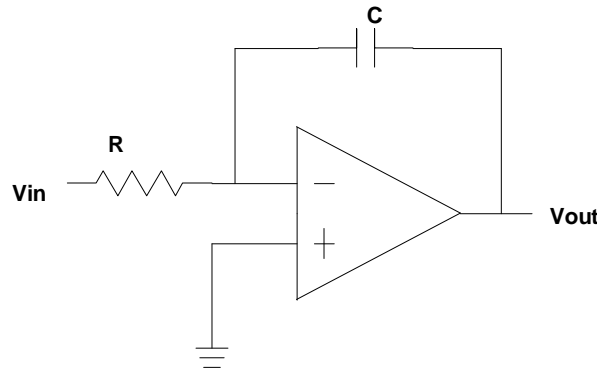


Figura 2.5 Red de cambio de fase basada en integrador.

2.5 Fundamentos de Funcionamiento de los Medidores de Energía Aparente

No existen medidores de energía aparente tipo Ferraris [3] sino que se calcula la energía aparente a partir de las energías activa y reactiva mediante la expresión:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (2.18)$$

Pero, basándose en que es posible establecer previamente un factor de potencia de valor promedio - para las condiciones de servicio correspondientes -, se puede construir un medidor de energía aparente [1], ajustando el desfase interno entre los flujos magnéticos Φ_v y Φ_i de tal modo que el momento motor máximo del disco se obtenga con el desfase ϕ entre tensión y corriente. Este ajuste tendría validez si dicho desfase oscilara dentro de unos límites relativamente pequeños; en estas condiciones, tampoco variará mucho el valor correspondiente al coseno de dicho ángulo.

El ajuste del ángulo $\Psi = 90^\circ$ -ver figura 2.2- para los valores previstos de $\cos\phi$ se obtiene [1] mediante resistencias delante de las bobinas voltimétricas, espiras en cortocircuito sobre los núcleos de las bobinas amperimétricas o también por el intercambio cíclico en las conexiones de las bobinas voltimétricas. En la conexión a la red de este tipo de medidores se debe seguir la correcta secuencia de fases R-S-T, siendo la simetría de tensiones la condición indispensable para el registro correcto.

Si el sistema de medida es trifásico, se presenta el problema añadido de la definición de potencia aparente que se utilice, incluso trabajando en régimen sinusoidal.

Si se toma la definición de potencia aparente geométrica, es posible realizar medidores utilizando los mismos fundamentos que en los monofásicos.

En cambio, si se utiliza la definición de potencia aparente aritmética, los modelos descritos, sólo son válidos en sistemas equilibrados en intensidad y tensión. En caso de no cumplirse estas premisas, se utilizan modelos mucho más complejos [1], basados en rectificar las tensiones y corrientes de los transformadores de medida y ondulando nuevamente las magnitudes obtenidas, de esta forma se consigue que las indicaciones del medidor no dependan de los ángulos de fase del sistema trifásico.

2.6 Errores de los Medidores de Energía Aparente

El hecho de que los medidores de potencia aparente se constituyan a partir de medidores de energías activa y reactiva, implica que cometerán los errores de los anteriores.

Cuando la potencia aparente se calcula según la expresión $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$, que sólo es cierta cuando se trabaja en régimen sinusoidal, se cometerá un error debido a la omisión del término de potencia de distorsión.

En el caso de un medidor construido a partir de uno de activa, el error cometido puede verse claramente a través de un ejemplo. Un medidor de energía activa calibrado de modo que no cometa errores, empleado como medidor de energía aparente, registrará esta con un error de -6% cuando el ángulo de desfase $\varphi = 20^\circ$. Al ajustar el medidor de energía activa con un error del 3% para un $\cos\varphi = 1$, este medidor registrará la energía aparente con un error del -3% cuando el desfase sea 20° . El medidor, ajustado según la última indicación, podrá realizar medidas de energía aparente, de cargas con $\cos\varphi$ comprendido entre 0,94 inductivo y 0,94 capacitivo, con un error dentro del rango $\pm 3\%$ -límites admisibles-. La figura 2.6 muestra el error cometido, en régimen sinusoidal, por un medidor monofásico ajustado para medir cargas con un desfase medio de 30° , admitiendo un error del 3%.

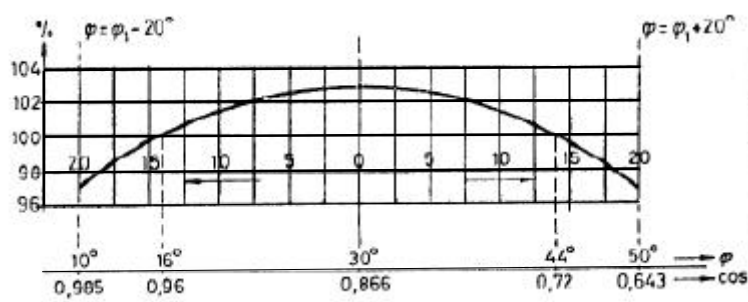


Figura 2.6 Error de un medidor de energía aparente construido a partir de uno de activa tipo ferraris.

3 MEDIDORES BASADOS EN PWM

Los medidores basados en PWM o también llamados de estado sólido son aparatos implementados con técnicas de electrónica analógica, aunque su principio de funcionamiento, que se indica a continuación, nos puede hacer pensar en un sistema de muestreo.

Este tipo de instrumentación es usada, preferentemente, cuando se trabaja con señales de baja frecuencia [14], tales como la medición de potencia o energía tanto en corriente alterna como en continua.

3.1 Medidores de potencia activa. Principio de funcionamiento

En la figura 3.1, se muestra el diagrama de bloques básico de un medidor de potencia o energía de estado sólido. Como se puede deducir del mismo, el principio de funcionamiento está basado en un TDM (multiplicador de divisiones en el tiempo).

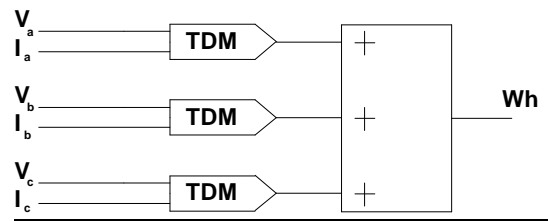


Figura 3.1 Diagrama de bloque de un medidor de estado sólido

Si se analiza un TDM se observa que está compuesto esencialmente por tres bloques (figura 3.2) [14]-[4]: un modulador de ancho de pulso (PWM), un modulador de amplitud (AM) y un integrador (implementado por medio de un filtro paso bajo).

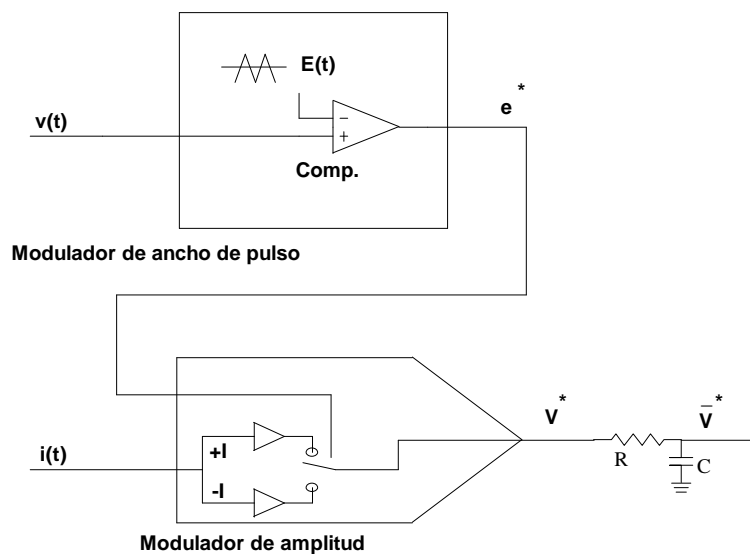


Figura 3.2 Diagrama de bloques de un TDM

El PWM consiste en un comparador que coteja una señal proporcional a la tensión, $v(t)$, con una señal de referencia, $E(t)$ (triangular). De esta evaluación se obtiene un tren de pulsos modulado en anchura, $e^*(t)$ que controla un modulador de amplitud, que conmuta en su salida muestras de $-I$ a $+I$ (o en algunos diseños de 0 a $\pm I$), siendo proporcional a la corriente $i(t)$. De este modo, se obtiene un tren de pulsos doblemente modulado $v^*(t)$ cuyo valor medio es proporcional a la potencia activa, o a la energía asociada en un periodo de funcionamiento.

Aunque cualquier PWM contiene un integrador, un comparador y un conmutador de tensiones, se pueden diferenciar básicamente tres modelos de PWM, en función de la forma en que se genera $E(t)$: basados en un multivibrador astable, en un multivibrador síncrono o en un conversor tensión-frecuencia.

Cuando se emplea un multivibrador astable [15],[16], el factor de modulación m es proporcional a la tensión de entrada:

$$m = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} \quad (3.1)$$

siendo T_1 y T_2 los periodos de tiempo durante los que la tensión a la salida del comparador es positiva y negativa, respectivamente.

Por tanto, la frecuencia de conmutación del PWM (3.2) - llamada también frecuencia de muestreo- es función de la amplitud de la tensión de entrada, dado que los tiempos de conmutación dependen de ella.

$$f_o = \frac{1}{T_1 + T_2} \quad (3.2)$$

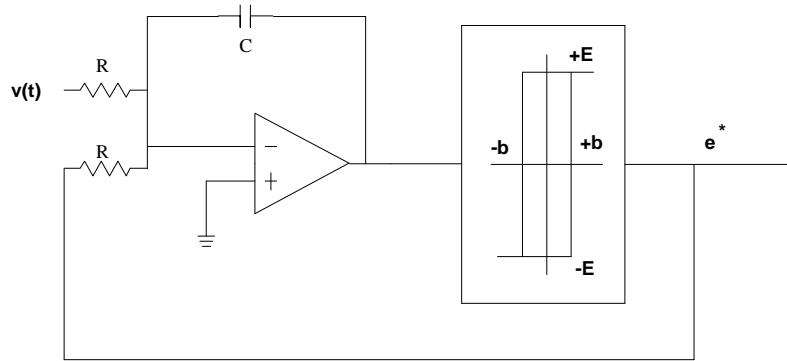


Figura 3.3 Diagrama de PWM basado en multivibrador un astable

Para determinar los tiempos T_1 y T_2 se aplican las expresiones (3.3) y (3.4), respectivamente.

$$\Delta V = \frac{1}{C} \int_0^{t_1} v(t) dt + \frac{t_1}{C} I_{ref} \quad (3.3)$$

donde ΔV es la tensión pico a pico de la tensión triangular, I_{ref} representa la corriente debida a la realimentación, C es la capacidad del integrador y t_1 el instante en que se produce la primera conmutación.

$$\Delta V = - \frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt + \frac{t_2 - t_1}{C} I_{ref} \quad (3.4)$$

siendo t_2 el instante en que tiene lugar la segunda conmutación

Para el cálculo de un instante de conmutación genérico, conocido el anterior

$$\Delta V = (-1)^k \frac{1}{C} \int_{t_k}^{t_{k+1}} v(t) dt + \frac{t_{k+1} - t_k}{C} I_{ref} \quad (3.5)$$

donde k representa el índice de conmutación.

Para un caso general, el tren de pulsos modulados $e^*(t)$ no es periódico [17], debido a que las oscilaciones del multivibrador no están sincronizadas con la señal de entrada. En general, el final del último pulso del tren no coincide con el final del ciclo de la señal de entrada, por lo que cuando se calcule el valor medio, en la etapa integradora, sólo se deberá tomar una parte del último pulso.

Para entradas en modo de corriente continua, son constantes los valores de los semiperiodos de conmutación para V e I . Si se calculan los tiempos del modulador de ancho de pulso en que la comparación es positiva y negativa, resulta:

$$T_1 = \frac{T_o}{2} \left(1 + \frac{V}{E} \right) \quad T_2 = \frac{T_o}{2} \left(1 - \frac{V}{E} \right) \quad (3.6)$$

donde T_o es el periodo de la onda portadora, que por ser la tensión de entrada constante, también lo será, y E es la tensión de pico de la onda triangular.

En el caso de emplear un multivibrador síncrono, figura 3.4, como ocurría con el multivibrador astable, el factor de modulación m es proporcional a el módulo de la tensión, pero la frecuencia de muestreo f_o no depende de la amplitud de la tensión de entrada.

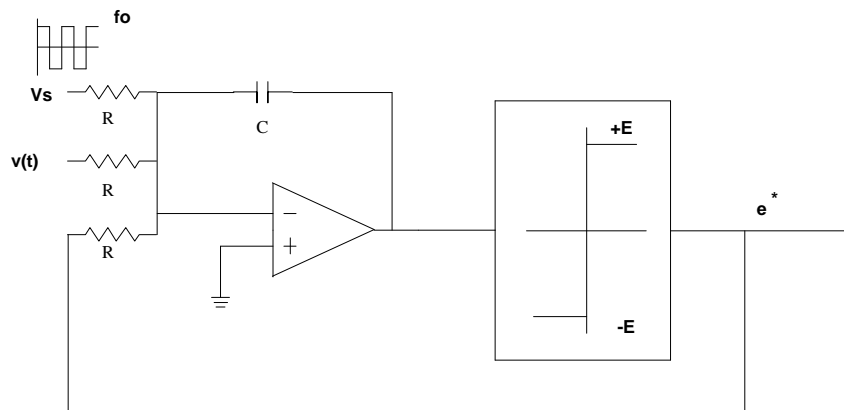


Figura 3.4 Diagrama de PWM basado en un multivibrador síncrono

En este caso, la señal de entrada se compara con una onda triangular, $M(t)$, de amplitud pico a pico ΔV ; en la figura 3.4 se observa que la citada señal triangular se puede generar al integrar una forma de onda cuadrada.

Mientras la amplitud de la entrada sea superior a la de la onda triangular, la salida del comparador, que actúa como conmutador de tensión, será positiva, y tomará valor negativo cuando la tensión de la onda triangular sea inferior a la de la entrada de tensión.

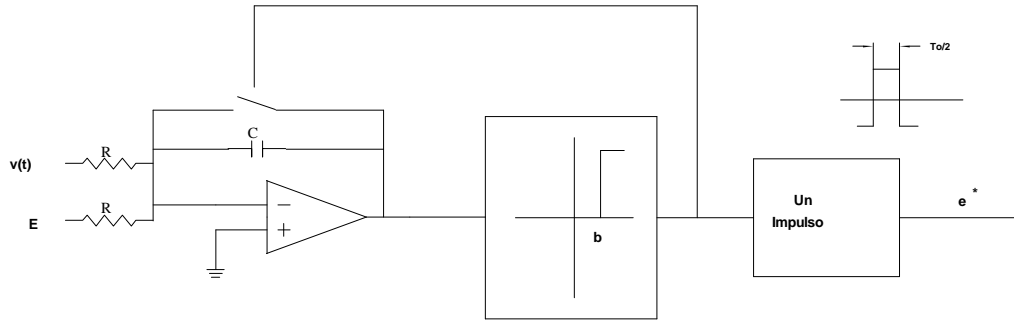


Figura 3.5 Diagrama de PWM basado en un conversor tensión frecuencia

Los instantes de conmutación son aquéllos en que se igualan las tensiones en las entrada del comparador (en el caso de la figura 3.4, cuando la salida del integrador toma valor cero).

$$M(t) = (-1)^k \left[\frac{t - kT}{T} - \frac{1}{2} \right] \Delta V \quad (3.7)$$

Si la onda triangular se obtiene a partir de una conversión tensión frecuencia (figura 3.5), lo habitual es que se carga el condensador C con una corriente proporcional a $|V(t)|$, generada a partir de la señal de tensión V . Así en la conmutación k -ésima la carga del condensador tiene un valor de:

$$Q_k = \frac{1}{R} \int_{kt_o}^{kt_o + t_c} |V(t)| dt \quad (3.8)$$

Después este condensador se descarga mediante una corriente constante I_{ref} detectándose el tiempo final de descarga $t_d(k)$ a través de un comparador.

$$t_d(k) = \frac{Q_k}{I_{ref}} \quad (3.9)$$

Durante el tiempo de descarga la señal del comparador está en estado alto.

Para conseguir que el PWM trabaje en los cuatro cuadrantes se ha de crear un indicador de polaridad, que haga que para los valores positivos de la señal de tensión actúe como se ha descrito, pero para valores negativos se trabaje con los valores absolutos, y además la salida del comparador en la descarga sea un estado bajo [14].

El modulador de amplitud, mientras la salida del comparador es un nivel alto, mantiene en su salida un valor de tensión proporcional a la corriente, y cuando es un nivel bajo presenta un nivel de tensión cuyo módulo es proporcional a la corriente, pero negativo [14]-[17]. Por tanto, para los TMD basados tanto en un multivibrador astable, como en un multivibrador síncrono, la tensión media a la salida del modulador de amplitud vendrá dada por (3.10)

$$V_{md} = \frac{1}{C} \sum_{k=0}^{k_{max}} (-1)^k \int_{t_k}^{t_{k+1}} i(t) dt \quad (3.10)$$

Y si la base de funcionamiento es un conversor tensión-frecuencia, la tensión media cumplirá la expresión (3.11)

$$V_{md} = \frac{1}{C} \sum_{k=0}^{k_{max}} \int_{k t_o + t_c}^{k t_o + t_c + t_d} (-1)^\gamma i(t) dt \quad (3.11)$$

donde $\gamma = 0$ para tensiones positivas y $\gamma = 1$ para tensiones negativas.

3.2 Errores sistemáticos de los medidores de energía activa, ante una única componente frecuencial

Los errores cometidos por estos medidores pueden ser divididos en dos grandes grupos: errores debidos al instrumento físico y errores cometidos en el modelo teórico [15],[16].

Los errores del instrumento son causados por las imperfecciones de los componentes (dos componentes del mismo tipo no se comportan nunca exactamente igual), la no-linealidad de la onda triangular de referencia $E(t)$, el offset de los amplificadores, la histéresis y el retardo del comparador y, la conmutación no ideal del modulador de amplitud [14],[16]-[18]. La influencia de estos errores en la precisión aumenta rápidamente con la frecuencia de conmutación, ya que cuanto mayor es la frecuencia de conmutación menos órdenes de magnitud separan el tiempo de retardo

asociado a estas imperfecciones y el periodo de conmutación. Por tanto, la frecuencia de conmutación será un valor crítico, que debe hallarse, a través de su correspondiente ecuación de compromiso.

Los errores del modelo pueden provenir de cualquiera de los tres grandes bloques que lo integran.

En cuanto al modulador de amplitud es equivalente a un multiplicador ideal y, teóricamente, no introduce ningún error [14], cuando trabajamos en corriente continua, pero sí en corriente alterna.

El error cometido por el filtro paso bajo (integrador), será función de la frecuencia de corte, y del orden del mismo.

Por tanto, es de esperar que los mayores errores sean originados por el PWM, cuando trabaja en régimen no-sinusoidal. Se puede aproximar el error cometido por el modelo mediante fórmulas empíricas, cuya expresión final depende de como genera el PWM la onda triangular.

3.2.1 Medidor basado en un multivibrador astable

Es el usado por la mayoría de los constructores europeos. Por su constitución interna no introduce errores sistemáticos de fase y, por tanto, se suele utilizar en medidas de cargas de bajo factor de potencia. Su error [14],[17],[18] viene dado por:

$$\delta P = \frac{1}{11} \left(\frac{\pi}{N} \right)^2 V I \cos \varphi \quad (3.12)$$

donde δP es el error cometido en el cálculo de potencia, V es el valor eficaz de la tensión, I es el valor eficaz de la corriente y φ es el desfase entre ambas, calculándose N por la siguiente expresión:

$$N = \frac{f_o}{f} = \frac{E}{4bTf} \quad (3.13)$$

donde f es la frecuencia de la onda sinusoidal correspondiente, T es la constante de tiempo del circuito integrador (cuyo valor es $T = RC$), y b es la mitad de la amplitud de la banda de histéresis. La expresión (3.12) se aproximará tanto más al error real cuanto mayor sea la linealidad del conversor respecto a la frecuencia.

De (3.12) se deduce que en régimen sinusoidal - considerando el efecto de una única frecuencia armónica- el error crece con el cuadrado de f/f_o (lo que equivale a

aumentar el orden del armónico manteniendo constante la frecuencia de la onda portadora) [19], especialmente si este coeficiente es par [14]; el error también crece a medida que aumenta V_{\max}/E [14]-[19].

Para reducir los errores no se debe aumentar la frecuencia de la onda portadora, porque se incrementa el coste del aparato y su error [19]. Para minimizar el error se debe conseguir una constante de tiempo en el integrador tan pequeña como nos permitan sus componentes físicos, ya que un aumento en la constante de tiempo del integrador también supondrá un incremento del error [16],[20].

Como se refleja en (3.12) teóricamente este aparato no lleva asociado un error sistemático de fase.

Resultados experimentales [14], demuestran que el error de la potencia se reduce cuando la potencia de entrada f no es múltiplo de la de muestreo f_0 , siempre que esté promediada durante un tiempo suficientemente largo.

Por otra parte, el error también varía con la modulación de fase (figura 3.6), adoptando forma periódica, similar a la de la onda "-coseno", con periodo $2\pi/N$ ($N=f_0/f$) [14],[15],[17],[19]. Pero conociendo el espectro de la entrada puede compensarse numéricamente.

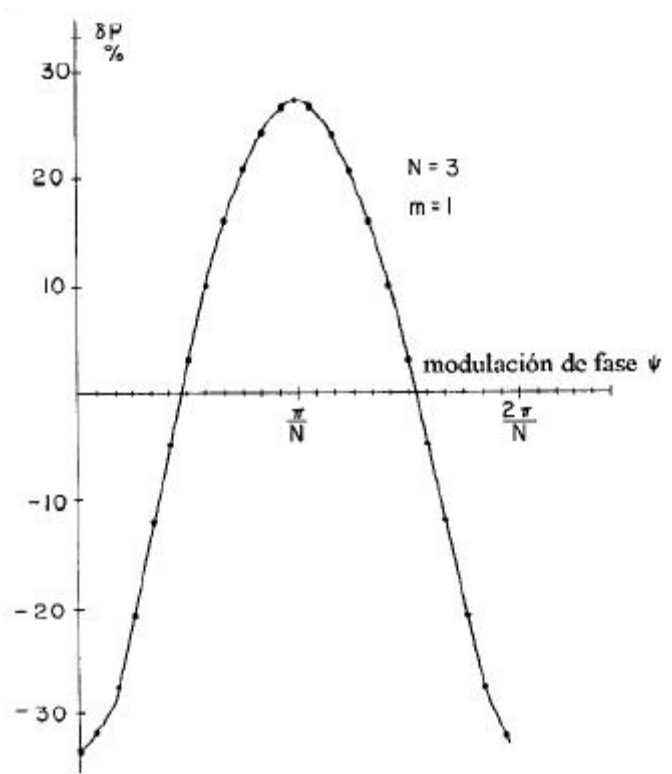


Figura 3.6 Error de modulación de fase en un TDM basado en un multivibrador astable

Si la frecuencia portadora está relacionada con la mayor de las frecuencias armónicas de entrada esta modulación no introducirá ningún error sistemático dependiente de la frecuencia de conmutación. Sin embargo, la exactitud de la modulación dependerá de la precisión del comparador, que se irá deteriorando según se incrementa la frecuencia. Tal como cuando el comparador está realimentado (caso de los multivibradores astables o síncronos).

El hecho de que el error medio dentro de un periodo lo suficientemente largo pueda ser insignificante [14]-[16] se achaca a que las muestras tomadas en periodos consecutivos no se solapan.

Las características, anteriormente descritas, son para frecuencias que se encuentran por debajo de la frecuencia de muestreo; por encima de esta, la característica de frecuencia se hace totalmente irregular [14],[17]. El valor que, normalmente, suele tomar la frecuencia de conmutación es de unas 10 veces el de la fundamental [14],[19].

Si la potencia activa se debe únicamente a armónicos, aparece la componente alterna de la tensión de salida del multiplicador mucho mayor, en relación a la componente continua, y en ciertas ocasiones el filtro pasa bajo de salida es incapaz de eliminar dicha componente, comportándose el medidor como no-lineal [14].

Se observa que el error disminuye a medida que se incrementa el carácter inductivo de la carga [13]. Este fenómeno se puede explicar considerando que a medida que la carga se hace inductiva la componente fundamental toma mayor peso, y los medidores se construyen para que los errores de medida a la frecuencia fundamental estén dentro de un rango fijado por sus características.

3.2.2 Medidor basado en un multivibrador síncrono

Es el usado en los medidores standard de potencia, siendo denominados de uso general [16]. Su error estimado [14] en el cálculo de la potencia viene dado por:

$$\delta P = -0.90 \left(k \frac{f}{f_o} \right)^2 \cos \varphi + \left(k \frac{f}{f_o} \right) \sin \varphi \quad (3.14)$$

donde k viene dado por:

$$k = \left(\frac{\pi \Delta V}{2E} \right) \quad (3.15)$$

siendo E la tensión a la salida del comparador.

Se observa que en el error aparece un nuevo término que depende de $\sin \varphi$, con lo que se está introduciendo un error sistemático de fase, que depende de la relación N y de la relación entre las amplitudes de la tensión triangular y la tensión a la salida del comparador. Este error [14] se debe a el retardo que se introduce en el comparador del PWM.

Al igual que cuando se usaba un multivibrador astable, el error de modulación de fase, es función de los mismos parámetros que el error de fase, incluyendo un factor de dependencia cuadrático, que puede ser compensado externamente siempre que se conozca el espectro de entrada, y a su vez puede hallarse mediante el correspondiente test de frecuencias.

3.2.3 Medidor basado en un multivibrador conversor de tensión-frecuencia

Es un modelo atractivo por la disponibilidad de conversores tensión-frecuencia en un sólo modulo integrado. El error sistemático aproximado [14] viene dado por:

$$\delta P = - \left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{k f}{f_o} \right)^2 \cos \varphi + \left(\frac{k f}{f_o} \right) \sin \varphi \quad (3.16)$$

con $k = \pi/2$ y $f_o = 1/T_o$

Este tipo de TMD comete un error sistemático de fase superior al introducido por el modelo anterior, y un gran error de cuadratura, mucho mayor al de fase, y que está relacionado con el parámetro N [14],[18]al igual que en los casos anteriores.

La figura 3.7 muestra una gráfica comparativa de los errores estimados de los diferentes modelos de TMDs en función del parámetro N

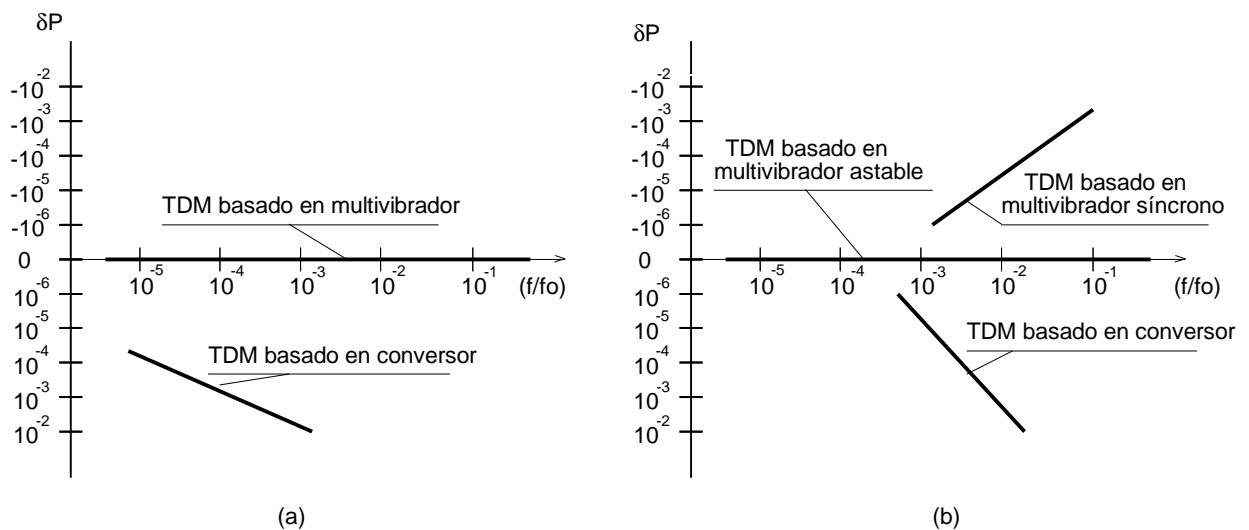


Figura 3.7 Gráficas comparativas de los errores sistemáticos de los TDM dependiendo

de su principio de funcionamiento [4]. a) Error de modulación de fase o cuadratura b)
Error de fase

La razón de que los mayores errores de fase se produzcan cuando se utiliza un conversor tensión frecuencia, se debe a que el PWM utilizado no dispone de realimentación de la señal de salida (como existe cuando se emplea un multivibrador), debiendo generar la modulación únicamente a partir de las formas de onda de entrada.

3.3 Errores añadidos en régimen no-sinusoidal

Cuando se trabaja en régimen no-sinusoidal, los errores cometidos por los medidores no son los que eran de esperar [17].

La siguiente expresión refleja la predicción de error para un medidor basado en un multivibrador astable en relación al valor real de dicha potencia.

$$\delta P_{\text{pred}} = \frac{1}{V I} \sum_h \frac{1}{11} \left(\frac{h\pi}{N} \right)^2 V_h I_h \cos(\varphi_{vh} - \varphi_{ih}) \quad (3.17)$$

siendo V e I los valores eficaces de la tensión y corriente, V_h e I_h los valores eficaces de las componentes armónicas, h el índice de armónico, y N está calculada para la frecuencia fundamental. Debe puntualizarse que (3.17) calcula el error estimando que el mayor armónico no excederá la mitad de la frecuencia de "muestreo" .

Esta discrepancia entre el valor predicho y el calculado a través de datos experimentales es debida a la no-linealidad de la característica de corriente alterna del convertidor.

Se comprueba que al variar la fase de los armónicos, respecto de la fundamental, el medidor comete errores muy superiores a los calculados.

De igual modo, si el parámetro que se varía es la amplitud de los armónicos se observa que el error es superior al esperado.

Las dos observaciones anteriores han sido realizadas considerando que la componente fundamental aportaba potencia activa y reactiva [17]; en el caso de que dicha componente sólo suministre potencia reactiva, la diferencia entre el error cometido y el calculado es menor.

Independientemente del aporte de potencia de la componente fundamental, la discrepancia entre los errores aumenta con el orden de las componentes armónicas.

Por otra parte, se puede comprobar [17] que el error cometido para formas de onda que contienen todo el espectro armónico es mayor que el originado por formas de onda que no contienen alguna de las frecuencias (con un espectro limitado o truncado). Para formas de onda con un espectro limitado los errores se pueden predecir con la fiabilidad suficiente.

Por tanto, es evidente que el principio de superposición no es válido para la predicción de los errores de este medidor.

3.4 Medidores de potencia reactiva. Principio de funcionamiento y errores

Al igual que para los medidores de tipo inductivo, los de energía reactiva PWM están diseñados a partir de uno de energía activa en el que se ha aplicado un cambio de fase de 90° sobre la/s tensión/es de entrada, mediante una red de retardo adecuada. Sin embargo, cuando se cuenta con medidores de potencia aparente (basados en otro principio de funcionamiento diferente), se realiza el calculo por diferencia de cuadrados $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$

Como se ha dicho en el apartado anterior, para los medidores de tipo inductivo, se puede producir el cambio de fase por redes externas, que pueden consistir, simplemente, en conectar en todas las tensiones de entrada un integrador.

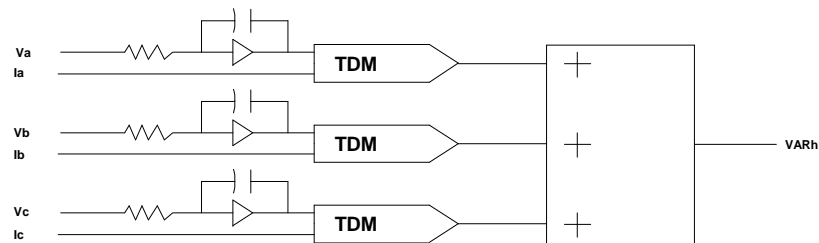


Figura 3.8 Diagrama de bloque de un medidor de potencia reactiva

Las redes de cambio de fase internas actúan sobre la fase digital (sobre el modulador de amplitud), y lo que hacen es multiplicar las muestras de tensión por las muestras de corriente retrasadas un cuarto de periodo (del periodo de la componente fundamental)

La figura 3.8, muestra el esquema de un medidor de potencia reactiva, constituido a partir de uno de potencia activa.

La lectura de un elemento de potencia reactiva está dada por:

$$Q = \frac{1}{T} \int_0^T w_1 \left[- \int v(t) dt \right] i(t) dt = Q_1 + \frac{Q_2}{2} + \frac{Q_3}{3} + \dots \quad (3.18)$$

En los medidores de estado sólido el cambio de fase suele realizarse de forma interna, destacando, principalmente, dos maneras:

Por integrador, es el mismo que el explicado para los medidores inductivos (Ferraris), motivo por el cual no se insiste más en él

El segundo método consiste en realizar un cambio de fase digitalmente [14], para ello se multiplican las muestras de tensión por las de corriente retrasadas un cuarto de periodo (90°), de la frecuencia fundamental. Esto implica que el desfase introducido en el armónico de orden h es $h/4$ periodos, lo que supone estar introduciendo cuatro desfases distintos dependiendo el índice del armónico; se verifica:

$$h = 1, 5, 9, 13, \dots, 1 + 4K \quad \Rightarrow \quad 90^\circ \text{ desfase deseado}$$

$$h = 2, 6, 10, 14, \dots, 2 + 4K \quad \Rightarrow \quad 180^\circ$$

$$h = 3, 7, 11, 15, \dots, 3 + 4K \quad \Rightarrow \quad 270^\circ$$

$$h = 4, 8, 12, 16, \dots, 4(K + 1) \Rightarrow \quad 0^\circ$$

por tanto, este cambio introduce un error en todas las frecuencias, salvo para componente fundamental y los armónicos de orden $1 + 4K$.

3.5 Medidores de Potencia Aparente

No se han desarrollado medidores de potencia aparente basados en esta técnica [9], sino que esta se calcula a partir de las potencias activa y reactiva mediante la expresión

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (3.19)$$

Como se ha dicho anteriormente esta expresión sólo es válida cuando el régimen es perfectamente sinusoidal.

4. REPERCUSION ECONOMICA

Dado que los medidores de energía son ampliamente empleados para tarificación eléctrica, se hace imprescindible establecer una relación entre los errores que estos

medidores introducen y el sistema tarifario español. Pero antes se ha de hacer una reflexión sobre que energías deberían entrar en la factura.

Teniendo en cuenta, que en la inmensa mayoría de los casos, la energía “útil es la proporcionada por la componente fundamental, dado que el resto de las componentes en la mayoría de los casos implican calentamientos y vibraciones de los elementos electromecánicos, así como deterioro de los aislantes, y en definitiva un envejecimiento prematuro, las definiciones monofásicas de potencia que se deberían utilizar en tarificación eléctrica son:

$$\begin{aligned} P_f &= V_1 I_1 \cos\phi_1 \\ Q_f &= V_1 I_1 \sin\phi_1 \\ S_f &= \sum_0^n V_n I_n \\ D &= \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \end{aligned} \tag{4.1}$$

Por tanto los medidores ferraris registrarán valores de potencias activas y reactivas superiores a los propuestos, pero valores de potencia aparente inferiores, ya que realmente no la miden, sino que la calculan como:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \tag{4.2}$$

como primera conclusión se puede decir que actualmente se factura más energía de la consumida, pero el recargo por energía reactiva es mayor.

Para los medidores basados en PWM, y teniendo en cuenta que muchas veces los armónicos superiores al 10 pueden ser significativos, cometen errores en el registro, pero no se puede estimar bien en que dirección, esto dependerá del contenido armónico de las ondas de tensión y corriente.

La única manera de llegar a registros de energía fiables sería utilizar otro tipo de medidores. Con estos únicamente se podrían filtrar las señales de entrada de tensión y corriente, para que el registro a la componente fundamental quede dentro de los márgenes de error que define su clase.

De esta manera se pueden estimar los errores que se cometerían, supuestas una tasa de potencia de distorsión y un $\cos\phi$ - de acuerdo a la definición dada por el ministerio de industria y energía-, aunque lo que realmente tendría sentido sería medir la potencia activa, reactiva y aparente, y después calcular el factor de potencia.

Las figuras 3.1, 3.2 y 3.3 muestran los errores que se cometen al no considerar la potencia de distorsión, y tomar el $\cos\phi$ en lugar del f.p., dichos errores se muestran en forma de errores relativos en el calculo del f.p. real, S_r y K_r a medida que D varía desde 0 hasta el 200% de Q_r , para valores de $\cos\phi$ de 0.8, 0.9 y 0.99. Las figuras 3.4, 3.5 y 3.6 hacen lo mismo, pro mostrando únicamente los dos primeros parámetros, dado que el tercero apenas deja apreciar los valores de estos.

Errores cometidos al no considerar D ($\cos \phi=0.99$)

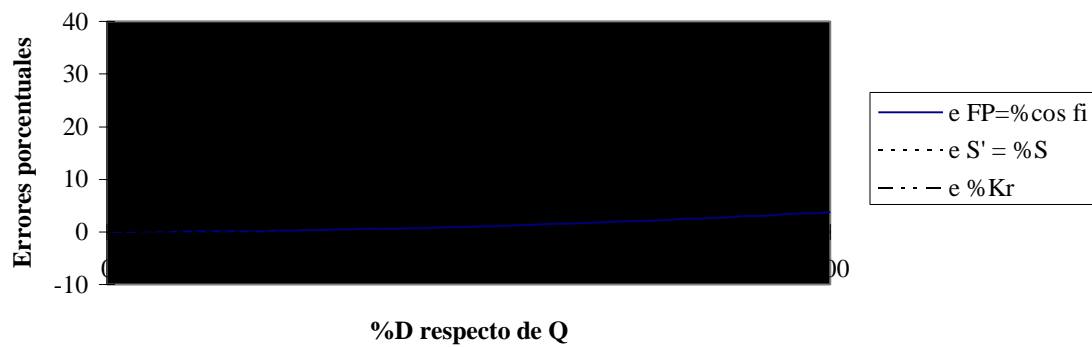


Figura 3.1 Errores relativos con respecto de D, $\cos\phi = 0.99$.

Errores al no considerar D ($\cos \phi=0.90$)

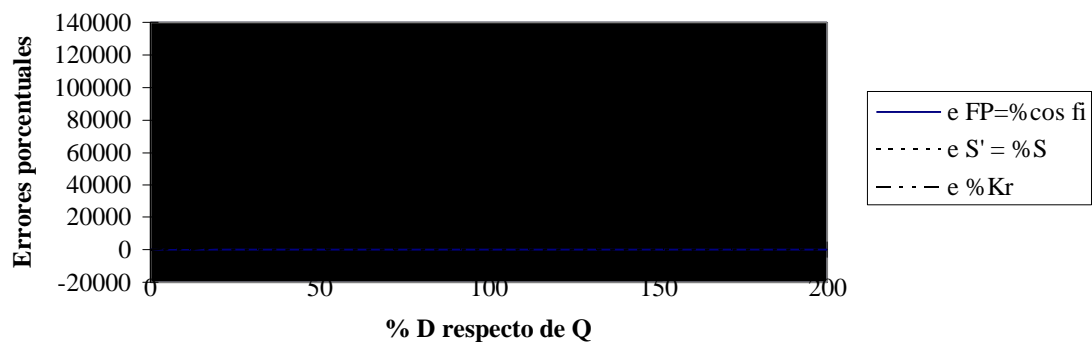


Figura 3.2 Errores relativos con respecto de D, $\cos\phi = 0.90$.

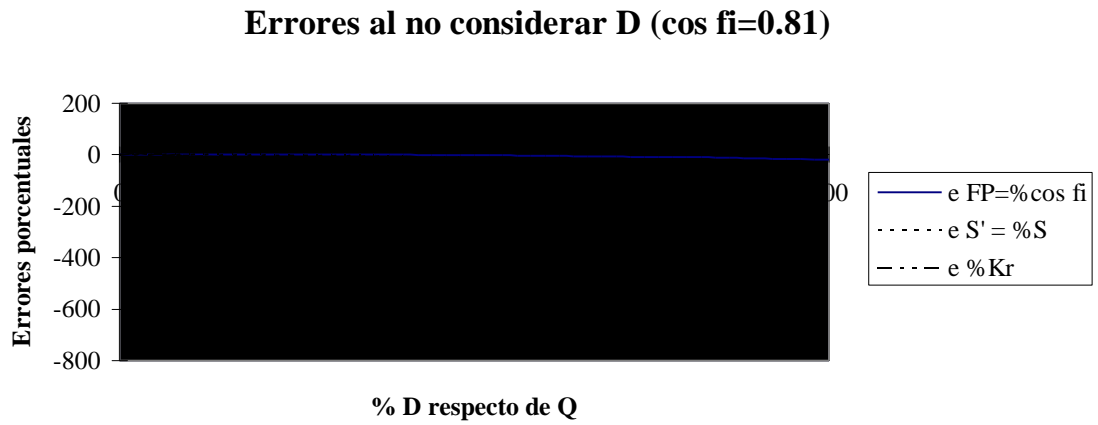


Figura 3.3 Errores relativos con respecto de D, $\cos \phi = 0.81$.

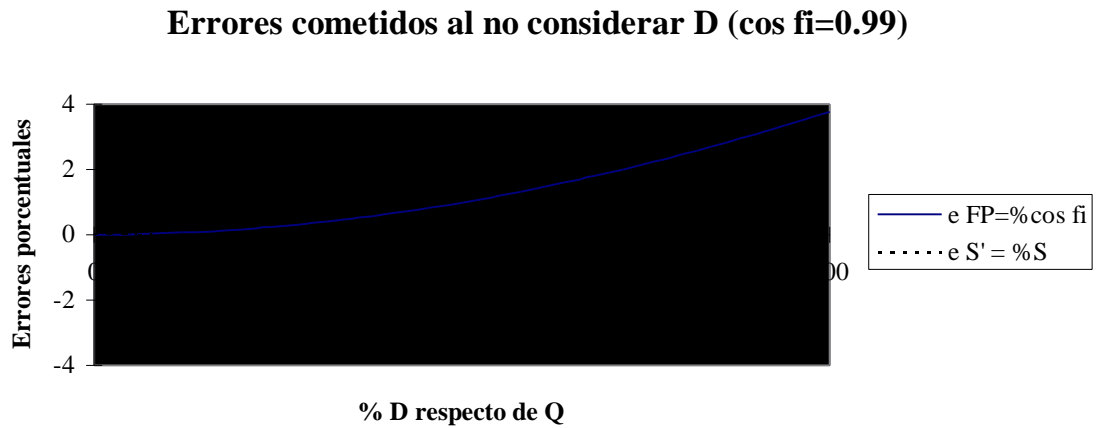


Figura 3.4 Errores relativos con respecto de D, $\cos \phi = 0.99$. Detalle fp y S

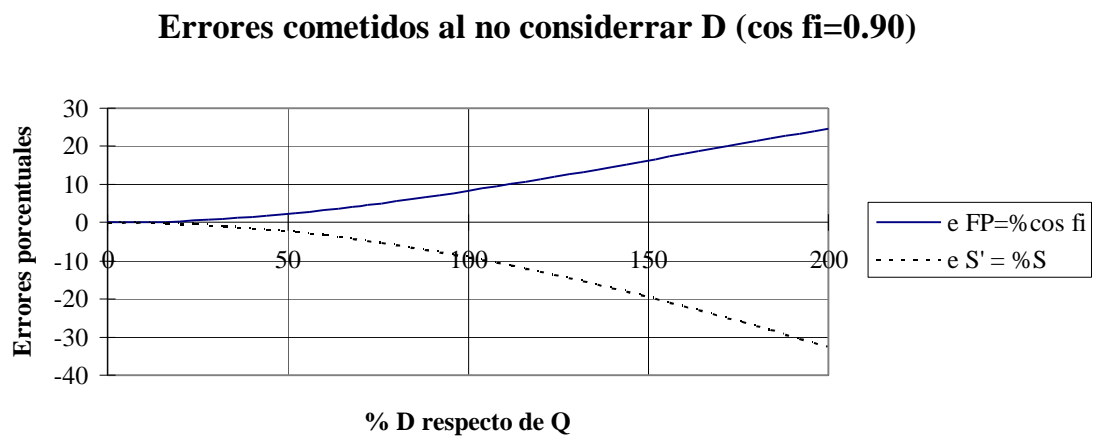


Figura 3.5 Errores relativos con respecto de D, $\cos \phi = 0.90$. Detalle fp y S

Errores al no considerar D ($\cos \phi = 0.81$)

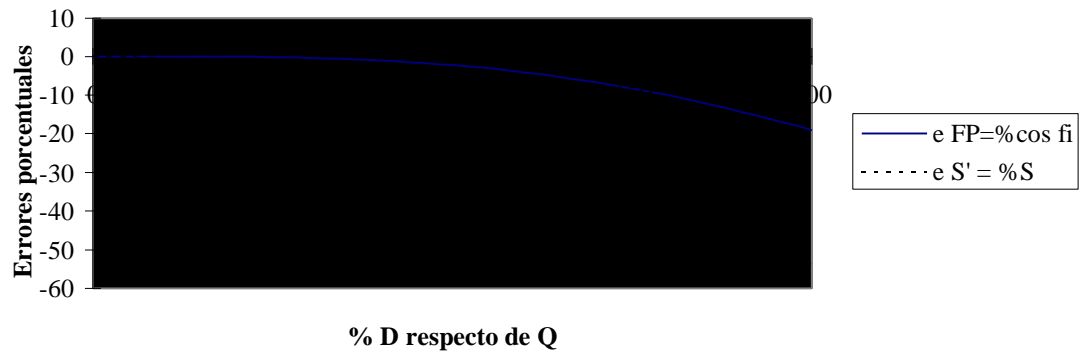


Figura 3.6 Errores relativos con respecto de D, $\cos \phi = 0.81$. Detalle fp y S

Las figuras 3.7, 3.8 y 3.9 muestran los mismos errores, pero en este caso se consideran únicamente los valores de distorsión $D=Q_f$ y $D=2Q_f$, y se varía el $\cos \phi$.

Error en el cálculo de Kr

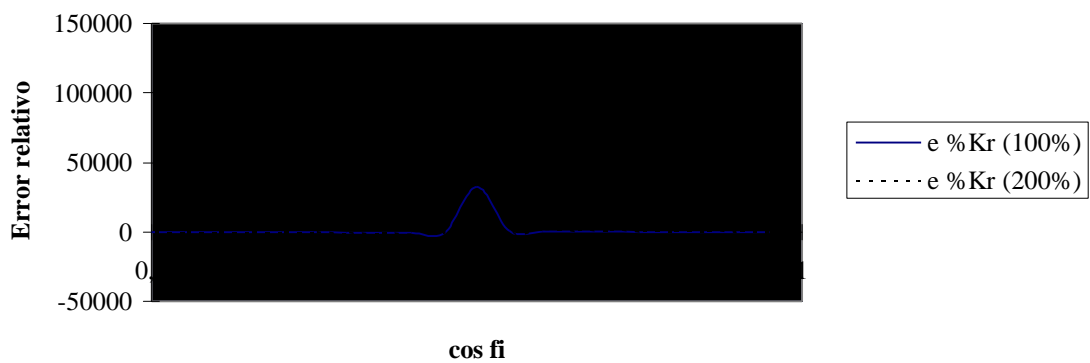


Figura 3.7 Errores relativos de Kr con respecto a $\cos \phi$

Error en el cálculo del fp

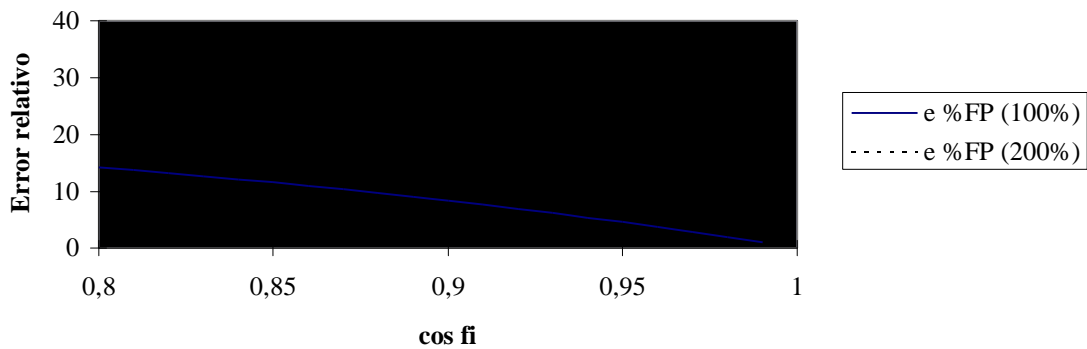


Figura 3.8 Errores relativos de f.p. con respecto a $\cos\phi$

Error en el cálculo de S

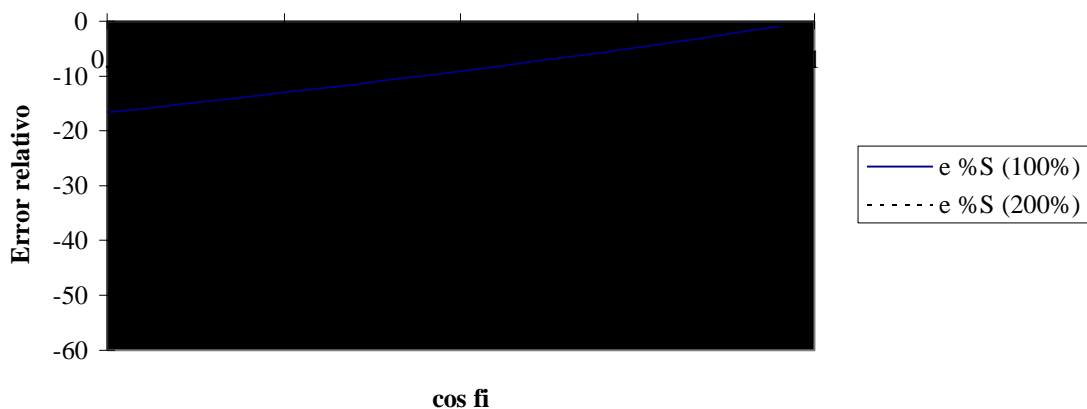


Figura 3.9 Errores relativos de S con respecto a $\cos\phi$

Y finalmente la figura 3.10 muestra el valor de K_r que figuraría en la factura y el que debería de hacerlo.

La interpretación de dichas gráficas permite extraer ciertas conclusiones:

1. Como ya se había adelantado, el error de S es siempre negativo, y es tanto menor cuanto menos potencia de distorsión exista, y mejor sea el $\cos\phi$.
2. El error cometido al calcular $\cos\phi$ en lugar del factor de potencia, para una misma relación Q/D, varía en función de su propio valor, y aumenta a medida que su valor disminuye o la distorsión aumenta.

3. En cuanto a K_r , los máximos errores se producen en las proximidades de $\cos\phi=0.9$ - donde teóricamente debe anularse-. El cambio en el signo del error se debe a que K_r puede tomar valores negativos, pero no significa que el K_r facturado sea superior al real, sino que el factor por consumo de energía reactiva sería siempre mucho menor al que realmente se debería tomar.

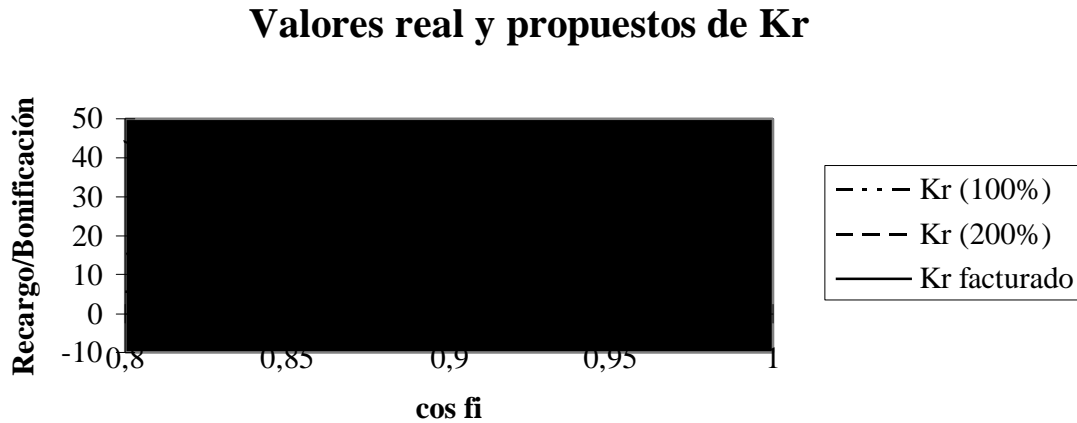


Figura 3.10 Valores reales y facturados de K_r con respecto a $\cos\phi$

4.5 BIBLIOGRAFÍA

- 1 A. M. Karcz. Ediciones Técnicas Marcombo, S.A. Fundamentos de Metrología Eléctrica. 1977
- 2 J. A Mölliger. Editorial Labor S.A. "Funcionamiento de los Contadores de Electricidad del Sistema Motor". 1935
- 3 M. Torteli, P. E. Russel, G. B. Rogers, P. Ballas. "*Effect of Voltage Distortion on Induction Wathour Metter Accuraci*". Second International Conference on Harmonics in Power System.
- 4 P. S. Filipski, R. Arseneau. "*Behavoir of Wattmeters and Watthour meters under Distorted Waveform Conditions*". 90EH0327-7/90/1100-0013\$01.00© 1990 IEEE
- 5 Y. Baghzouz, O. T. Tan. "*Harmonic Analisis of Induction Watthour Meter Performance*". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems Vol PAS-104 N° 2 February 1985.

- 6 E. B. Makram, C. L. Wright, A. A. Girgis. "*A Harmonic analisis of the Induction Watthour Meter's Registration Error*". IEEE Transactions on Power Delivery Vol 7 N° 3 July 1992.
- 7 E. F. Fuchs, D. J. Roesler, K. P. Kovacs. "*Sensitivity of Electrical Appliances to Harmonics and Fractional Harmonics of the Power System's Voltage. Part II: Television sets, Induction Watthour meters and Universal Machines*". IEEE Transactions on Power Delivery Vol PWRD-2 N° 2 April 1987.
- 8 A. J. Baggot. "*The Effect of Waveshape Distortions on the Measurement of Energy by Tariff metter*".
- 9 R.Arseneau, P. S. Filipski. "*The Effect of Nonsinusoidal Waveforms on the performance of Revenue Meters*". 90EH0327-7/90/1100-0025\$01.00© 1990 IEEE.
- 10 S. R. Houghton. "*Transfer of the Kilowatthour*". IEEE Transacitions on Power Apparatus and Systems Vol PAS-94 N° 4 July/August 1975.
- 11 A. E. Emanuel, F. J. Levitsky. "*Induction Wathour Meter Performance on Rectifier/Inverterr Circuits*". IEEE Transactions on Power Aparatus and Systems Vol PAS-100 N° 11 November 1981.
- 12 R. Arseneau, P.S. Filipski. "*Aplication of a Three Phase Nonsinusoidal Calibration System for Testing Energy and Demand Meters under Simulated Field Conditions*". 90EH0327-7/90/1100-0067\$01.00© 1990 IEEE.
- 13 M. D. Cos, T. B. Williams. "*Induction VArhour and Solid-State VArhour meters Performance on Nonlinear Loads*". IEEE Transactions on Power Delivery Vol 5 N° 4 November 1990.
- 14 P. S. Filipski: "Errors of a Time-division Active Power Converter With a Natural Sampling Pulse-Width Modulator". IEEE Transactions on Power Delivery Vol PWRD-2 N° 4 October 1987.
- 15 R. Bergeest, P. Seyfried: "Evaluation of the Response of Time-Division Multipliers to AC and DC Input Signals". IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement Vol. IM-24, N° 4, December 1975.
- 16 M. M. Stabrowski: "Modern Numerical Analisis of Time-Division Multipliers". IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement Vol. IM-28, N° 1, March 1979.

- 17 P. S. Filipski: "The Systematic Error of a Time-division Power Converter under Sinusoidal and Nonsinusoidal Conditions". IEEE Transactions on Power Delivery Vol PWRD-1 N° 3 July 1986.
- 18 P. N. Miljanic, B. Stajanovic', R. Bergeest: "Systematic error of Time-Division Wattmeters when Voltage and/or Current Are Distorted". Transactions on Instrumentation and Measurement Vol. IM-36, N° 2, June 1987.
- 19 P. S. Filipski: "A TMD Wattmeter with 0.5.MHz Carrier Frequency". Transactions on Instrumentation and Measurement Vol. IM-39, N° 1, February 1990.
- 20 G. J. Johnson: "Analysis of the Modified Tomota-Sugiyama-Yamaguchi Multiplier". IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement Vol. IM-33, N° 1, March 1984.